RATKAISUT

Luokka 1

Tehtävä 1

a) Gaussin kuvausyhtälö $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$, a = 2,0 m, b = 0,22 m.

$$\frac{1}{f}=\frac{a+b}{ab}$$

$$= \quad f=\frac{ab}{a+b}=\frac{2{,}0\,\mathrm{m}\cdot 0{,}22\,\mathrm{m}}{2{,}0\,\mathrm{m}+0{,}22\,\mathrm{m}} = 0{,}198198\ \mathrm{m} \approx \underline{0{,}20\ \mathrm{m}}$$

1 p

b) b = 0,25 m

$$\frac{1}{a}=\frac{b-f}{bf}$$

$$a=\frac{bf}{b-f}=\frac{0{,}25\,\mathrm{m}\cdot 0{,}198198\,\mathrm{m}}{0{,}25\,\mathrm{m}-0{,}198198\,\mathrm{m}} = 0{,}956522\ \mathrm{m} \approx \underline{0{,}96\ \mathrm{m}}$$

1 p

c) Objektiivi koostuu kahdesta samanlaisesta linssistä, 1 ja 2. Tiedämme että kuvan etäisyys linssistä 2 on $b_2 = b$ = 0,25 m. Linssi 2:n "esineen" etäisyys on tällöin $a_2 = a$, eli sille etäisyydelle linssi 1 muodostaa kuvan; $b_1 = -a$.

1 p

$$a_1=\frac{b_1 f}{b_1-f}=\frac{-0{,}956522\,\mathrm{m}\cdot 0{,}198198\,\mathrm{m}}{-0{,}956522\,\mathrm{m}-0{,}198198\,\mathrm{m}} = 0{,}164179\ \mathrm{m} \approx \underline{0{,}16\ \mathrm{m}}$$

1 p

d) Polttoväli on äärettömän kaukana olevasta esineestä muodostuvan kuvan etäisyys linssistä. Linssille 1 siis $b_1 = f$. Linssille 2 tämä on "esineen" etäisyys, eli $a_2 = -f$. Linssiyhdistelmän polttoväli f_{1+2} on sama kuin kuvan etäisyys linssistä 2:

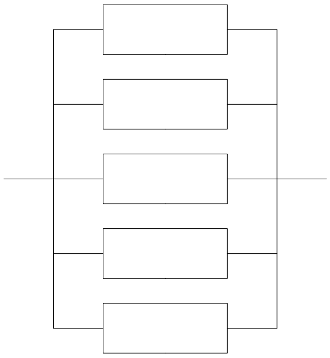
1 p

$$f_{1+2}=b_2=\frac{a_2 f}{a_2-f}=\frac{-f\cdot f}{-f-f}=\frac{-f^2}{-2f}=\frac{f}{2} = 0{,}478261\ \mathrm{m} \approx \underline{0{,}48\ \mathrm{m}}$$

1 p

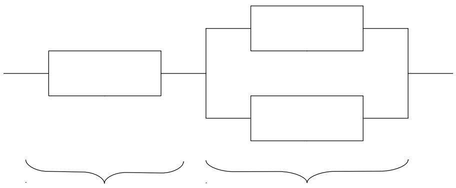
Tehtävä 2

a)



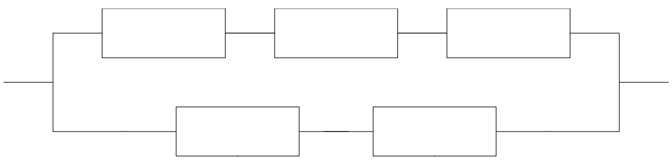
$$R_{tot}=1/\left(\frac{5}{10\,\Omega}\right)=2{,}0\,\Omega$$

b)



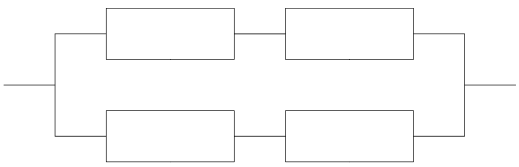
$$R_{tot}=10\,\Omega+1/\left(\frac{2}{10\,\Omega}\right)=15\,\Omega$$

c)



$$R_{tot}=1/\left(\frac{1}{3\cdot 10\,\Omega}+\frac{1}{2\cdot 10\,\Omega}\right)=1/\left(\frac{50\,\Omega}{600\,\Omega^2}\right)=12\,\Omega$$

d)

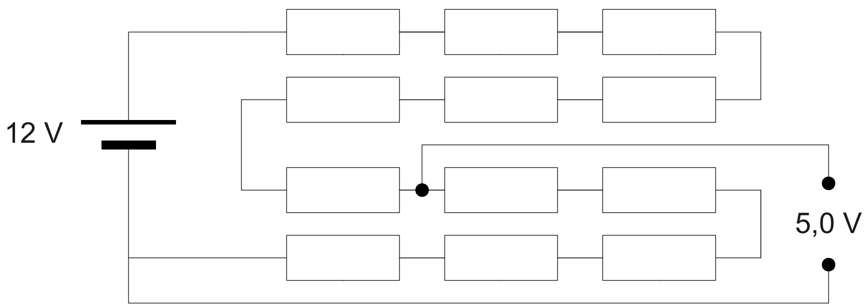


$$R_{tot}=1/\left(2\cdot\frac{1}{2\cdot 10\,\Omega}\right)=10\,\Omega$$

Kytkennässä jokaisen vastuksen napajännite on puolet kytkennän kokonaisjännitteestä, ja jokaisen vastuksen läpi kulkeva virta on puolet kokonaisvirrasta. Näin ollen teho jokaisessa vastuksessa on ¼ kokonaistehosta; teho jakautuu tasan vastusten kesken. Kytkennän kokonaistehonkesto on siis 4 W.

e)
Tässä pitänee hyväksyä vastauksiksi kaikki kytkennät joissa on "järjellinen" määrä vastuksia ja riittävä tehonkesto.

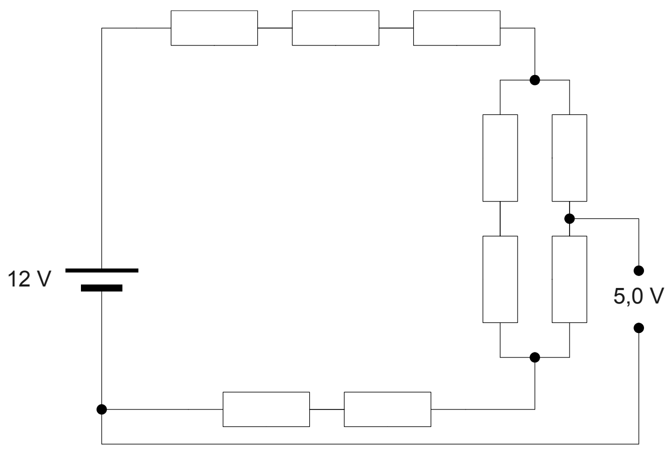
Ratkaisu 1: 12 vastusta



12 samanlaista vastusta sarjassa, jokaisessa tapahtuu yhtä suuri jännitehäviö. Näin ollen 12 V akkuun kytkettynä viiden vastuksen yli valitsee 5,0 V jännite.

Tehonkeston tarkistus: Virta vastusketjun läpi on $I=\frac{U}{R}=\frac{12\,V}{12\cdot 10\,\Omega}=0{,}1\,\mathrm{A}$. Teho yhdessä vastuksessa on $P=RI^2=10\,\Omega\cdot(0{,}1\,A)^2=0{,}1\,\mathrm{W}$. , joten kytkentä kestää.

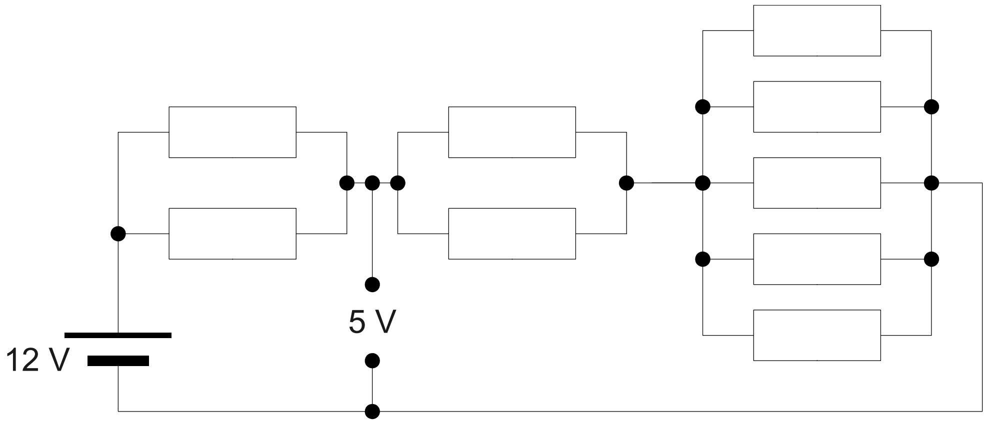
Ratkaisu 2: 9 vastusta



Ajatellaan ensin 6 sarjaan kytkettyä vastusta, jokaisessa tapahtuu tällöin 2 V jännitehäviö. Korvataan yksi vastuksista 2 rinnan, 2 sarjaan -kytkennällä, jonka kokonaisresistanssi on sama kuin yhden vastuksen (kts. kohta d). Näissä vastuksissa tapahtuu 1 V jännitehäviö. Näin saadaan 5 V jännite kuvan osoittamalla tavalla.

Tehonkeston tarkistus: Virta vastusketjun läpi on $I=\frac{U}{R}=\frac{12\,V}{6\cdot 10\,\Omega}=0{,}2\,\mathrm{A}$. Teho jokaisessa sarjaan kytketyssä vastuksessa on $P=RI^2=10\,\Omega(0{,}2\,A)^2=0{,}4\,\mathrm{W}$. Rinnan kytketyissä vastuksissa teho on ¼·0,4 W = 0,1 W. Kytkentä siis kestää.

Esimerkki ratkaisusta joka jakaa jännitteen oikein, mutta ei kestä.



Kokonaisresistanssi on (5+5+2) Ω = 12 Ω , joten kuvan esittämässä pisteessä on 5 V jännite. Kokonaisvirta on tällöin $I=\frac{U}{R}=\frac{12\,V}{12\,\Omega}=1{,}0\text{ A}$. Esim. vasemmanpuoleisissa kahdessa rinnan kytketyssä vastuksessa virta jakautuu puoliksi, joten teho kummassakin vastuksessa on $P=RI^2=10\,\Omega\cdot(0{,}5\,A)^2=2{,}5\text{ W}$. Tämä ylittää vastusten tehonkeston, joten kytkentä ei kestä.

Pisteytys:

Kohdista a)...d) 1 piste per kohta, ½ p kytkentä ja ½ p perustelu.

Kohdasta e) 1 piste oikean jännitteen antavasta kytkennästä perusteluineen (½ p kytkentä, ½ jännitteen perustelu). Hyväksytään kunhan vastuksia on "järjellinen" (< 20) määrä.
1 piste tehon tarkistuksesta (tarkasteltu vastusta/vastuksia jossa tehohäviö on suurin, laskettu teho, todettu että kytkentä kestää).

Max 6 pistettä.

Luokka 1, tehtävä 3

a) Ilmiö johtuu veden lämpölaajenemisesta. Kun vesi laajenee, sen tilavuus kasvaa ja tiheys pienenee. Kelluvaan kappaleeseen kohdistuva noste on yhtä suuri kuin kappaleen paino. Kun veden tiheys pienenee, tietyssä vaiheessa noste muuttuu pienemmäksi kuin kappaleen paino, jolloin kappale uppoaa.

b) Kun taulukon avulla piirretään kuvaaja $\rho(t)$, havaitaan että lämpötilassa 45 C veden tiheys on $\rho_{45C} = 990\ \mathrm{kg/m^3}$. Pallo leijuu vedessä, kun sen massa on yhtä suuri kuin tilavuudeltaan saman vesimäärän massa:

$$m = \rho_{45C} \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = 990\ \mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{40{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2}\right)^3 = 0{,}0336753\ \mathrm{kg}$$

<u>Vastaus: pallon massa on 33,7 g.</u>

<u>c)</u> $$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} = \frac{0{,}0336753\ \mathrm{kg} + 0{,}00010\ \mathrm{kg}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{34{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2}\right)^3} = 992{,}93984\ \mathrm{kg/dm^3}$$

Kuvaajasta nähdään, että vedellä on tämä tiheys <u>37°C lämpötilassa</u>.

d) Palloon kohdistuva noste on yhtä suuri kuin pallon syrjäyttämän ilman paino, $N = m_a g$. Pallo leijuu, kun kuoren ja heliumin yhteinen paino on yhtä suuri kuin noste:

$$G_k + G_h = N = m_i g$$
$$(m_k + m_h) g = m_i g$$
$$m_k + m_h = \rho_i V$$
$$m_k + m_h = \rho_i \left(\frac{m_h}{\rho_h}\right)$$
$$m_k = \left(\frac{\rho_i}{\rho_h} - 1\right) m_h$$

$$m_h = \frac{m_k}{\frac{\rho_i}{\rho_h} - 1} = \frac{3{,}7\ \mathrm{g}}{\frac{1{,}293\ \mathrm{kg/m^3}}{0{,}1787\ \mathrm{kg/m^3}} - 1} = 0{,}593368\ \mathrm{g}$$

<u>Vastaus: heliumia täytyy laittaa palloon enemmän kuin 0,59 g. .</u>

Luokka 1, tehtävä 4

a) $v_A = \frac{2{,}0\,\text{m}}{9{,}2\,\text{s}} = 0{,}2173913\,\text{m/s} \approx \underline{0{,}22\,\text{m/s}}$

$a_B = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2{,}0\,\text{m}}{(5{,}4\,\text{s})^2} = 0{,}1371742\,\text{m/s}^2 \approx \underline{0{,}14\,\text{m/s}^2}$

b) Vaunu A: $s_A = v_A t + s_0$, jossa s_0 on A:n etumatka

$s_0 = v_A t_e = 0{,}2173913\,\text{m/s} \cdot 2{,}4\,\text{s} = 0{,}5217391\,\text{m/s}$

Vaunu B: $s_B = \frac{1}{2} a_B t^2$.

Kun B ohittaa A:n, $s_A = s_B$.

$$v_A t + s_0 = \frac{1}{2} a_B t^2$$

$$\frac{1}{2} a_B t^2 - v_A t - s_0 = 0$$

$$t = \frac{v_A \pm \sqrt{v_A^2 + 2 a_b \cdot s_0}}{a_b}$$

$$t = \frac{0{,}2173913\,\text{m/s} \pm \sqrt{(0{,}2173913\,\text{m/s})^2 + 2 \cdot 0{,}1371742\,\text{m/s}^2 \cdot 0{,}5217391\,\text{m}}}{0{,}1371742\,\text{m/s}^2} = 4{,}7657404\,\text{s} \approx 4{,}8\,\text{s}$$

Ohituskohta on A:n etumatka + matka jonka A ehtii kulkea ennen ohitusta.

$$s = v_a t + s_0 = 0{,}2173913\,\text{m/s} \cdot 4{,}7657404\,\text{s} + 0{,}5217391\,\text{m} = 1{,}5577697\,\text{m} \approx 1{,}56\,\text{m}$$

<u>Vastaus: B ohittaa A:n 4,8 s kuluttua B:n lähdöstä 1,56 m etäisyydellä radan päästä.</u>

c) Ohituksen pitää tapahtua aikana joka B:llä kuluu radan läpi kulkemiseen. Ääritapauksessa siis ohitus tapahtuu ajassa t = 5,4 s vaunujen lähdöstä, jolloin B on paikassa s = 2,00 m. Lasketaan mikä A:n etumatkan s_0 pitää olla, että myös A on hetkellä t paikassa s.

$$s - s_e = v_a t$$

$$s_e = s - v_a t = 2{,}00\,\text{m} - 0{,}2173913\,\text{m/s} \cdot 5{,}4\,\text{s} = 0{,}8260870\,\text{m} \approx 0{,}83\,\text{m}$$

<u>Vastaus: vaunulla A pitää olla enemmän kuin 0,83 m etumatkaa.</u>

Luokka 2

Tehtävä 1

a) Kun matto on juuri lähtenyt liikkeelle, ei kitkavuorovaikutus lattian kanssa ole vielä ehtinyt muuttaa maton ja koiran liikettä. Koiraa ja mattoa voidaan tähän hetkeen asti tarkastella eristettynä systeeminä, jossa liikemäärä säilyy. Koiran jarrutus on kimmoton törmäys, joten liike-energia ei säily.

$$p_{ka} + p_{ma} = p_{kl} + p_{ml}$$
$$m_k v_{ka} + 0 = (m_k + m_m) v_l$$
$$v_l = \frac{m_k v_{ka}}{(m_k + m_m)} = \frac{6{,}9\,\mathrm{kg} \cdot 7{,}8\,\mathrm{m/s}}{6{,}9\,\mathrm{kg} + 4{,}2\,\mathrm{kg}} = 4{,}8486486\,\mathrm{m/s}$$

<u>Vastaus: koiran ja maton nopeus on 4,85 m/s.</u>

b) Kitkavoima tekee koiraan ja mattoon negatiivista työtä, ja muuttaa niiden liike-energian lämmöksi.

$W = Fs$ $E_k = ½mv^2$ $W = E_k$

$$F_\mu s = \frac{1}{2}(m_k + m_m) v_l^2$$
$$\mu_k \cdot (m_k + m_m) g \cdot s = \frac{1}{2}(m_k + m_m) v_l^2$$
$$\mu_k = \frac{v_l^2}{2gs} = \frac{(4{,}8486486\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5{,}3\,\mathrm{m}} = 0{,}22608230$$

<u>Vastaus: liukukitkakerroin on 0,23.</u>

c) Koiraa kiihdyttää maton koiraan kohdistama voima F_k. Matto pysyy paikallaan, joten siihen kohdistuvat voimat kumoavat toisensa (N I). Nämä voimat ovat maton ja lattian välinen lepokitkavoima $F_{\mu s}$, ja koiran mattoon kohdistama voima $-F_k$ (N III).

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$-F_k + F_{\mu s} = 0$$

Suurin kiihtyvyys saavutetaan suurimmalla mahdollisella (täysin kehittyneellä) lepokitkalla.

$$m_k a = \mu_s (m_k + m_m) g$$
$$a = \frac{m_k + m_m}{m_k} \mu_s g = \frac{6{,}9\,\mathrm{kg} + 4{,}2\,\mathrm{kg}}{6{,}9\,\mathrm{kg}} \cdot 0{,}30 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} = 4{,}7343913\,\mathrm{m/s^2}$$

<u>Vastaus: koiran suurin kiihtyvyys on 4,7 m/s².</u>

d) Koiran kiihtyvyys on $a = \frac{F_k}{m_k}$, jolla ei ole Newtonin mekaniikan asettamaa ylärajaa. Maton ja lattian välinen kitka vaikuttaa vain maton kiihtyvyyteen.

Luokka 2, tehtävä 2

a) Kun ruiskun nokka on auki, männän vetämiseen tarvittava voima on yhtä suuri kuin männän liukukitka.

Ruiskussa vallitsee likimain tyhjiö, eli siellä paine on nolla. Tällöin mäntään kohdistuu sekä kitkavoima että ulkoilman paineesta aiheutuva voima, joteka ovat samansuuntaiset. Siksi männän vetämiseen tarvitaan suurempi voima.

Sekä kitkavoima että paineesta aiheutuva voima ovat vakioita. Tästä syystä mäntään kohdistuva voima ei muutu, kun ruiskun sisätilavuus kasvaa.

b) Kun mäntä liikkuu tasaisesti, siihen kohdistuvat voimat kumoavat toisensa. Voimat ovat vetävä voima F_{tot}, kitkavoima F_{μ} ja ulkoilman paineesta aiheutuva voima F_{atm}.

$$F_{tot}=F_{\mu}+F_{atm}$$

$$F_{atm}=24{,}8\,\mathrm{N}-5{,}7\,\mathrm{N}=19{,}1\,\mathrm{N}$$

$$p_{atm}=\frac{F_{atm}}{A}=\frac{F_{atm}}{\pi(d/2)^2}=\frac{24{,}8\,\mathrm{N}-5{,}7\,\mathrm{N}}{\pi\cdot(0{,}0154\,\mathrm{m}/2)^2}=102{,}54206\,\mathrm{kPa}$$

<u>Vastaus: ulkoinen ilmanpaine on 103 kPa.</u>

c) Lämpötila pysyy vakiona, joten ruiskussa oleva ilma noudattaa Boylen lakia: $p_{\mathrm{atm}}V_2=p_5V_5$.

$$p_5=\frac{p_{atm}V_2}{V_5}=\frac{102542{,}06\,\mathrm{Pa}\cdot 2{,}0\,\mathrm{mL}}{5{,}0\,\mathrm{mL}}=41016{,}825\,\mathrm{Pa}$$

$$F_{tot}=F_{\mu}+F_{atm}-F_5$$

$$F_{tot}=F_{\mu}+F_{atm}-p_5A$$

$$F_{tot}=5{,}7\,\mathrm{N}+19{,}1\,\mathrm{N}-41016{,}825\,\mathrm{Pa}\cdot\pi\cdot(0{,}0154\,\mathrm{m}/2)^2=17{,}16\,\mathrm{N}$$

<u>Vastaus: mäntää on vedettävä 17,2 N voimalla.</u>

d) $p_{\mathrm{atm}}V_{10}=p_2V_2$

$$p_5=\frac{p_{atm}V_{10}}{V_2}=\frac{102542{,}06\,\mathrm{Pa}\cdot 10{,}0\,\mathrm{mL}}{2{,}0\,\mathrm{mL}}=512710{,}31\,\mathrm{Pa}$$

$$F_{tot}=F_2-F_{\mu}-F_{atm}$$

$$F_{tot}=p_2A-F_{\mu}-F_{atm}$$

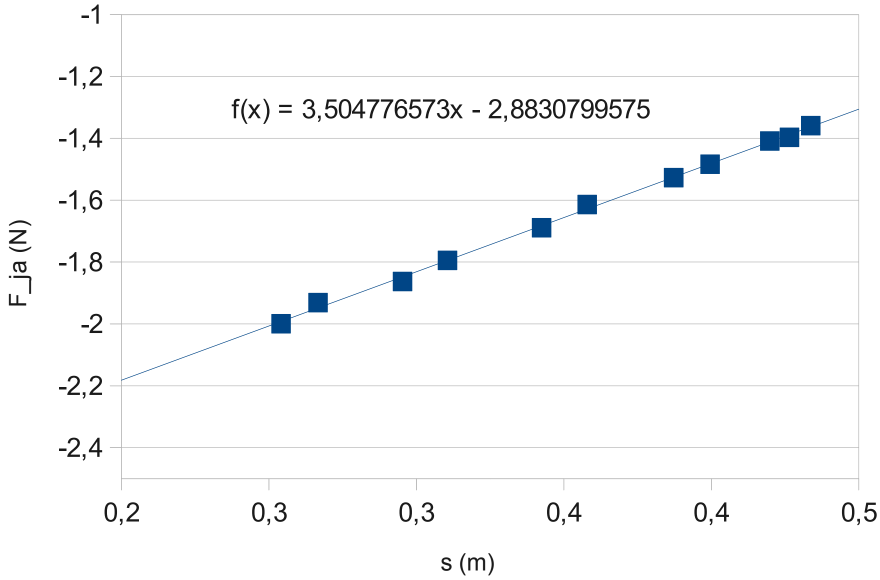
$$F_{tot}=512710{,}31\,\mathrm{Pa}\cdot\pi\cdot(0{,}0154\,\mathrm{m}/2)^2-5{,}7\,\mathrm{N}-19{,}1\,\mathrm{N}=70{,}7\,\mathrm{N}$$

<u>Vastaus: mäntää on painettava 70,7 N voimalla.</u>

Luokka 2, tehtävä 3

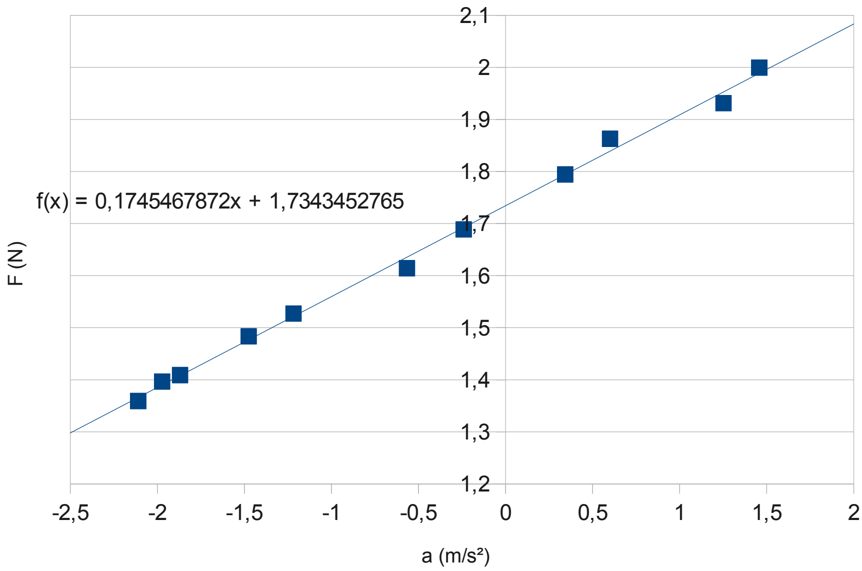
Voima-anturi mittaa jousen siihen kohdistamaa voimaa F_{ja}, joka on vastakkaismerkkinen kuin jousen punnukseen kohdistama voima F_{jp}. Jos jousen massa on pieni, näitä voimia voidaan pitää itseisarvoltaan yhtä suurina: $-F_{ja} = F_{jp}$.

a) Poimitaan $s(t)$- ja $F_{ja}(t)$-kuvaajilta arvoja, piirretään niistä $F_{ja}(s)$-kuvaaja. Pisteet asettuvat suoralle, joten jousi noudattaa jousivoiman lakia $F = -kx$, missä x on jousen pituuden muutos. Suoran fysikaalinen kulmakerroin on kysytty jousivakio.



Vastaus: <u>jousivakio on 3,5 N/m.</u>

b) Dynamiikan peruslaki punnukselle: $\sum F = ma \Rightarrow F_{jp} + G = ma \Rightarrow -F_{ja} = ma - G$. Eli kun piirretään pisteiden $(a, -F_{ja})$ kuvaaja, pisteiden pitäisi asettua suoralle, ja suoran fysikaalinen kulmakerroin on kappaleen massa.



Vastaus: punnuksen massa on 175 g.

c) Harmonisen värähtelijän taajuus

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3{,}5047766\ \mathrm{N/m}}{0{,}1745468\ \mathrm{kg}}}=0{,}7131721\ 1/\mathrm{s}$$

Nopeuden kuvaajasta määritetty jaksonaika on $T = (1{,}90 - 0{,}52)$ s = 1,42 s, josta taajuus $f = 1/T = 0{,}704$ 1/s.

Vastaus: ennustettu taajuus on 0,713 Hz, kuvaajasta määritetty taajuus on 0,704 Hz. Pieni ero voi johtua siitä, että ennusteessa ei ole otettu huomioon jousen massaa, joka kuitenkin vaikuttaa värähdystaajuuteen alentavasti.

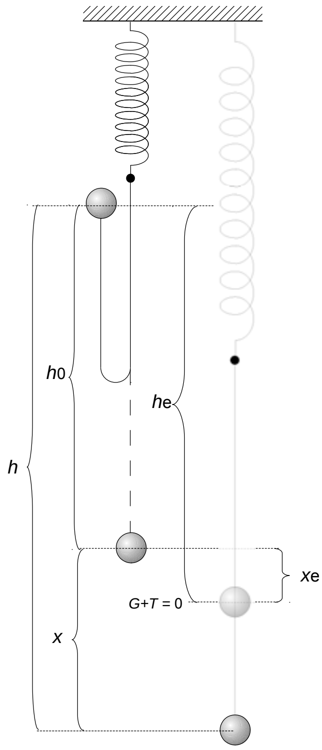
d) Kun jousia on kuvan mukaisesti kaksi, kummankin jousivoima muuttuu yhtä paljon jousen pituuden muutoksen funktiona. Tällä on sama vaikutus kuin jousivakion kaksinkertaistamisella.

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\cdot k}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}5047766\ \mathrm{N/m}}{0{,}1745468\ \mathrm{kg}}}=1{,}0085777\ 1/s$$

Vastaus: ennustettu taajuus on 1,01 Hz.

Luokka 2, tehtävä 4 &
Luokka 3, tehtävä 1

Valitaan positiivinen suunta alaspäin. Käytetään oheisen kuvan merkintöjä.



a) Radan alimmassa ja ylimmässä kohdassa punnus on paikallaan. Radan alimmassa kohdassa punnuksen painon potentiaalienergiaa on muuttunut jousivoiman potentiaalienergiaksi.

m = 0,100 kg
k = 5,90 N/m
h_0 = 0,30 m
g = 9,81 m/s²

$$E_G = E_{kx}$$
$$mgh = \tfrac{1}{2}kx^2$$
$$mg(x + h_0) = \tfrac{1}{2}kx^2$$
$$\tfrac{1}{2}kx^2 - mgx - mgh_0 = 0$$
$$x = \frac{mg + \sqrt{(mg)^2 - 2k\,mgh_0}}{k}$$
$$x = 0{,}5232149\,\text{m}$$
$$h = h_0 + x = 0{,}8232149\,\text{m}$$

Vastaus: punnus putoaa 0,82 m ennen kuin sen suunta kääntyy.

b) Langan jännitysvoima on yhtä suuri kuin jousivoima, ja suunnaltaan ylöspäin. Jännitysvoima on suurimmillaan punnuksen alimmassa kohdassa, jossa jousen venymä on suurin.

$T = -kx = -3{,}0869679$ N

Vastaus: langan suurin jännitysvoima on 3,1 N .

c) Kiihtyvyys on myös suurimmillaan radan alimmassa kohdassa. Tällöin punnukseen vaikuttaa jousivoima ylöspäin ja paino alaspäin.

Dynamiikan peruslaista

$$\sum F = G + T = ma$$
$$a = \frac{mg + T}{m}$$
$$a = -21{,}059679\,m/s^2$$

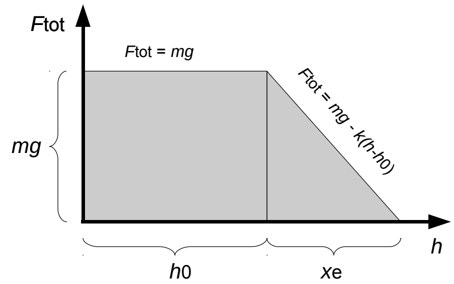
Vastaus: punnuksen suurin kiihtyvyys on 21 m/s ylöspäin.

d) Nopeus kiihtyy niin kauan kuin punnukseen vaikuttava kokonaisvoima on liikkeen suuntainen, siis alaspäin. Voiman suunta vaihtuu tasapainokohdassa, jossa jousivoima on yhtä suuri mutta vastakkaissuuntainen kuin punnuksen paino.

$$G+T=0$$
$$mg-kx_e=0$$
$$x_e=\frac{mg}{k}$$
$$x_e=0{,}1662711\,\mathrm{m}$$
$$h_e=h_0+x_e=0{,}4662711\,\mathrm{m}$$

Vastaus: punnuksen nopeus on suurimmillaan, kun se on pudonnut 0,46 m.

e) Punnuksen pudotessa tasapainokohtaan asti, siihen kohdistuvan kokonaisvoiman tekemä työ on kuvion fysikaalinen pinta-ala.



$$W=mgh+½mg\,x_e$$
$$W=\Delta E_k=½mv^2$$
$$mg(h+½x_e)=½mv_e^2$$
$$v_e=\sqrt{2\,g(h+½x_e)}=2{,}7417367\,\mathrm{m/s}$$

Vastaus: punnuksen suurin nopeus on 2,7 m/s.

f) luokka 2.

Tehtävän systeemissä mekaaninen energia säilyy, joten pallo nousee joka pompussa lähtökorkeudelleen. Harmonisella värähtelijällä tasapainoon palauttava voima on verrannollinen poikkeamaan tasapainoasemasta. Tehtävän systeemissä näin ei ole, koska punnuksen radan yläpäässä on vaihe, jolloin punnukseen vaikuttaa vain vakiona pysyvä gravitaatio. Näin ollen systeemi ei ole harmoninen värähtelijä.

f) luokka 3.

Käytetään seuraavia merkintöjä:

T_s : jännitysvoima jonka lanka korkeintaan kestää
x_s : suurinta jännitysvoimaa vastaava jousen venymä
h' : suurin kokonaispudotus
h_s : suurin vapaa pudotus

$$h'=h_s+x_s$$
$$x_s=\frac{T_s}{k}=\frac{2{,}5\,\mathrm{N}}{5{,}9\,\mathrm{N/m}}=0{,}4237288\,\mathrm{m}$$

Kuten kohdassa a):
$$E_G=E_{kx}$$
$$mgh'=½kx_s^2$$
$$mg(h_s+x_s)=½kx_s^2$$
$$mg\,h_s+mg\,x_s=½kx_s^2$$
$$h_s=\frac{½kx_s^2-mg\,x_s}{mg}$$

$$h_s = \frac{k x_s^2}{2mg} - x_s = 0{,}1161906\,\mathrm{m}$$

<u>Vastaus: suurin vapaa pudotus jonka lanka kestää katkeamatta on 0,12 m</u>.
(Hyväksytään myös 0,11 m).

Luokka 3

Tehtävä 2

a) Hiilidioksidin faasidiagrammista nähdään, että +20 C lämpötilassa hiilidioksidilla voi vallita kaasun ja nesteen tasapaino tai nesteen ja kiinteän olomuodon tasapaino. Tehtävässä sanotaan että osa hiilidioksidista on kaasuna, joten lopun täytyy olla nesteenä.

b) Säiliössä on vain hiilidioksidia neste- ja kaasufaasissa, joten vallitseva paine on hiilidioksidin kylläisen höyryn paine +20 C lämpötilassa. Tämä luetaan faasidiagrammista kiehumiskäyrältä, saadaan 48 bar = 4800 kPa.

c) Hiilidioksidin ja ulkoilman paineet kohdistavat voiman luotiin. Kokonaisvoima tekee luotiin työn

$$W = Fs = pAs = p \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 s$$

$$W = (4800000 - 101{,}325)\,\mathrm{Pa} \cdot \pi \cdot \left(\frac{4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 0{,}23\,\mathrm{m}$$

$$W = 17{,}187715\,\mathrm{J}$$

Työ on yhtä suuri kuin luodin liike energian muutos, $W = E_k$.

$$W = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 17{,}187715\,\mathrm{J}}{0{,}45 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} = 276{,}38713\,\mathrm{m/s} \approx \underline{276\,\mathrm{m/s}}.$$

d) Todellinen nopeus $v_t = 0{,}60 \cdot 276{,}38713$ m/s = 165,83228 m/s.

Luotiin vaikuttaa Maan vetovoima, joten luoti putoaa piipun suunnasta ajassa t matkan $h = ½gt^2$.
Aika on luodin lentoaika, joten $h_{20C} = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{10\,\mathrm{m}}{165{,}83228\,\mathrm{m/s}}\right)^2 = 0{,}0178361402\,\mathrm{m}$

.

Vastaus: piipun täytyy osoittaa 17 mm taulun keskipisteen yläpuolelle.

e) 10 C lämpötilassa hiilidioksidin kylläisen höyryn paine on 35 bar = 3500 kPa.

$$W = (3500000 - 101325)\mathrm{Pa} \cdot \pi \cdot \left(\frac{4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 0{,}23\,\mathrm{m} = 12{,}43232\,\mathrm{J}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2 \cdot 12{,}43232\,\mathrm{J}}{0{,}45 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} = 235{,}06336\,\mathrm{m/s}$$

Todellinen nopeus on jälleen 60% ideaalisesta nopeudesta,
$v_t = 0{,}60 \cdot 235{,}06336$ m/s = 141,03801 m/s

Putoama piippulinjasta

$$h_{10C} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{10\ \mathrm{m}}{141{,}03801\ \mathrm{m/s}} \right)^2 = 0{,}0246584996\ \mathrm{m}$$

Osumapisteiden erotus $h_{10C} - h_{20C} = 0{,}0068223594\ \mathrm{m}$

Vastaus: luoti osuu +10 C lämpötilassa 6,8 mm alemmas kuin +20 C lämpötilassa.

Tehtävä 3

a) Selitys työn ja energia avulla: kun virtapiiri on avoin, virta ei kulje eikä mikään komponentti kuluta sähköenergiaa. Siksi kampea pyöritettäessä täytyy voittaa vain mekanismin liikevastukset. Kun virtapiiri suljetaan, virta alkaa kulkea ja sähköenergiaa muuttuu lampussa valoksi ja lämmöksi. Sähköenergia tuottamiseksi generaattorissa pitää tehdä mekaanista työtä kampea pyörittämällä, ja siksi se muuttuu raskaammaksi.

Selitys sähköisten ja magneettisten ilmiöiden avulla: kun virtapiiri on avoin, virta ei kulje eikä generaattorissa tapahdu magneettista vuorovaikutusta generaattorin käämin ja magneetin välillä. Kun virtapiiri suljetaan, generaattorin käämiin indusoituva jännite saa aikaan sähkövirran, joka kulkee myös käämin läpi. Virran suunta on Lenzin lain mukaan sellainen, että se pyrkii vastustamaan magneettivuon muutosta generaattorin käämin läpi. Tällöin käämin ja magneetin välinen magneettinen vuorovaikutus vastustaa niiden keskinäistä liikettä, eli jarruttaa generaattorin pyörimistä.

b) Induktiolaki $U = -\frac{d\Phi}{dt}$ sanoo, että käämiin indusoituva jännite on verrannollinen käämin läpäisevän magneettivuon muuttumisnopeuteen, joka puolestaan on verrannollinen käämin pyörimisen kulmanopeuteen.

c) Kun kampea aletaan pyörittää ensin hitaasti, induktiovirta alkaa ladata kondensaattoria. Generaattorin läpi kulkeva induktiovirta jarruttaa generaattorin pyörimistä kuten kohdassa a) esitettiin. Kun kondensaattori latautuu, sen napajännite nousee. Kondensaattorin napajännite on vastakkainen generaattorin napajännitteelle, joten virta pienenee. Lopulta virta lakkaa, jolloin sen generaattoria jarruttava vuorovaikutuskin lakkaa. Sama toistuu kun pyöritysnopeutta kasvatetaan.

d) Kondensaattoria ladattaessa sähkövirran aiheuttama magneettinen vuorovaikutus generaattorissa jarruttaa pyörimistä, eli kun pyöritetään myötäpäivään, vuorovaikutuksen vääntö on vastapäivään. Kun kondensaattori purkautuu generaattorin kautta, sähkövirran suunta vaihtuu. Tällöin myös vuorovaikutuksen suunta vaihtuu, eli se vääntää generaattorin kampea myötäpäivään. Eli kun kammesta päästetään irti, se jatkaa pyörimistään myötäpäivään!

e) Kondensaattorin varaus ja sen myötä jännite laskee purettaessa. Tästä syystä resistanssia pitää säätää pienemmäksi, että virta pysyisi vakiona.

Kondensaattorin kapasitanssi $C = \frac{Q}{U} = \frac{I\Delta t}{U} = \frac{0{,}150\,\text{A} \cdot 75\,\text{s}}{2{,}0\,\text{V}} = 5{,}625\,\text{F} \approx \underline{5{,}6\ \text{F}}$

Luokka 3, tehtävä 4

a)

i) Levykondensaattorille $U=\frac{Q}{C}, U=Ed, C=\varepsilon_0\frac{A}{d}$.

Sähkökentän voimakkuus levyjen välissä: $E=\frac{U}{d}=\frac{Q}{Cd}=\frac{Q}{\varepsilon_0\frac{A}{d}\cdot d}=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{A}$

Sähkökentän palloon kohdistama voima $F=Eq$; toisaalta $F=mg\sin\alpha$

$$Eq=mg\sin\alpha$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{A}=\sin\alpha$$

$$\underline{q=\frac{\varepsilon_0 A\,mg\sin\alpha}{Q}}$$

ii) Lausekkeesta $\sin\alpha=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{A}$ nähdään, että ripustuskulma ei riipu levyjen välimatkasta.
<u>Langan kulma ei muutu, kun levyjen etäisyys kasvaa.</u>

iii) Kondensaattorin energia $W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}C\cdot\frac{Q^2}{C^2}=\frac{Q^2}{2\cdot\varepsilon_0\frac{A}{d}}=\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 A}$

Lausekkeesta nähdään, että <u>energia kasvaa kun *d* kasvaa. Energia tulee mekaanisesta työstä, joka tehdään kun vedetään kondensaattorilevyjä kauemmas toisistaan, vetävää sähköistä voimaa vastaan</u>.

b) Nyt levyjen välinen jännite on vakio.

i) Sähkökentän palloon kohdistama voima $F=qE=\frac{qU}{d}$

$$\frac{qU}{d}=mg\sin\alpha$$

$$\underline{q=\frac{mg\sin\alpha\, d}{U}}$$

ii) $\sin\alpha=\frac{qU}{dmg}$, joten <u>ripustuskulma pienenee kun levyjen etäisyys kasvaa</u>.

iii) $W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{A}{d}U^2=\frac{\varepsilon_0 AU^2}{2d}$

Lausekkeesta nähdään, että <u>kondensaattorin energia pienenee kun *d* kasvaa</u>. Kun levyjä vedetään erilleen, kondensaattorin kapasitanssi pienenee, joten sen varauksen täytyy myös pienentyä että jännite pysyisi vakiona. Tästä seuraa sähkövirta virtalähteen läpi (+)-navasta (-)-napaan. Koska jännitelähde muodostuu akuista, sähkövirta lataa niitä. <u>Kondensaattorin energia siis muuttuu akuissa kemialliseksi energiaksi.</u>