

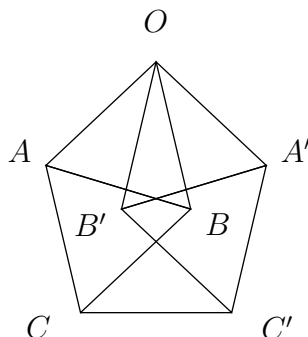
# Itämeren koulujen matematiikkakilpailu 2011

## Lukion 2. vuosiluokka

1. Aino vietti yksivuotispäiviään perjantaina 11. marraskuuta tänä vuonna. Minä viikonpäivänä hänellä on 50-vuotispäivät?
2. Geometrisen jonon  $(r_1, r_2, \dots, r_i, \dots)$  mitkä tahansa kolme peräkkäistä jäsentä  $r_i, r_{i+1}$  ja  $r_{i+2}$  toteuttavat yhtälön  $r_{i+2} = r_{i+1} + 6r_i$ . Lisäksi  $r_1 = 1$ . Mikä on jono yleinen jäsen  $r_i$ ?
3. Todista, että kaikilla reaaliluvuilla  $x$  on voimassa

$$\sin\left(\frac{1}{2}\sin x\right) < \cos\left(\frac{1}{2}\cos x\right).$$

4. Alla olevaa asetelmaa kutsutaan *Moserin varttinäksi*. Kaikkien kuviossa näkyvien nimettyjen janojen pituus on yksi. Määritä pisteiden  $B$  ja  $B'$  etäisyys.



5. Bussissa istuu kolme hatullista matemaatikkoa peräkkäin. Matemaatikot ovat valinneet hattunsa pimeästä vaatehuoneesta, jossa he tietävät olleen 3 mustaa ja 2 punaista hattua. Kukin matemaatikkoista näkee vain edessä istuvien hatut; erityisesti kukaan ei tiedä oman hattunsa väriä. Taimmmaiselta matemaatikolta kysytään, tietääkö hän hattunsa värin, ja hän vastaa kieltävästi. Keskimmäinen kuulee keskustelun ja toteaa, ettei hänkään tiedä oman hattunsa väriä. Miksi etummainen matemaatikko nyt tietää, minkä värinen hattu hänellä on?