

Олимпиада Школ Балтийского моря 2011  
10. класс

1. Известно, что  $x_1$  и  $x_2$  являются корнями уравнения  $x^2 + 4x - 7 = 0$  и что их обратные числа  $x_1^{-1}$  и  $x_2^{-1}$  являются корнями уравнения  $x^2 + ax + b = 0$ . Чему равно  $b$ ?

2. Выражение

$$\frac{(x^3 + 8)^2}{x + 2}$$

можно также представить в виде многочлена. Чему равна сумма множителей этого многочлена?

3. Может ли число  $x^2 + y^2 - 2011$  быть делимым на четыре, если  $x$  и  $y$  целые числа?

4. Доказать, что число

$$\frac{1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^5 \cdot 6^6 \cdot 7^7 \cdot 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10} \cdot 11^{11} \cdot 12^{12} \cdot 13^{13}}{1^{13} \cdot 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 4^{10} \cdot 5^9 \cdot 6^8 \cdot 7^7 \cdot 8^6 \cdot 9^5 \cdot 10^4 \cdot 11^3 \cdot 12^2 \cdot 13^1}$$

является целым.

5. Ниже изображена конструкция называемая *веретеном Мосера*. Длина каждого отмеченного отрезка равна единице. Найти площадь треугольника  $OCC'$ .

