

# Itämeren koulujen matematiikkakilpailu 2011

## Lukion 1. vuosiluokka

1. Yhtälön  $x^2 + 4x - 7 = 0$  juuret ovat  $x_1$  ja  $x_2$ . Yhtälön  $x^2 + ax + b = 0$  juuret ovat vastaavasti näiden käänteisluvut  $x_1^{-1}$  ja  $x_2^{-1}$ . Mikä on  $b$ ?

2. Lauseke

$$\frac{(x^3 + 8)^2}{x + 2}$$

sievenee polynomiksi. Mikä on tämän polynomien kertoimien summa?

3. Voiko  $x^2 + y^2 - 2011$  olla neljällä jaollinen, kun  $x$  ja  $y$  ovat kokonaislukuja?

4. Osoita, että

$$\frac{1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^5 \cdot 6^6 \cdot 7^7 \cdot 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10} \cdot 11^{11} \cdot 12^{12} \cdot 13^{13}}{1^{13} \cdot 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 4^{10} \cdot 5^9 \cdot 6^8 \cdot 7^7 \cdot 8^6 \cdot 9^5 \cdot 10^4 \cdot 11^3 \cdot 12^2 \cdot 13^1}$$

on kokonaisluku.

5. Alla olevaa asetelmaa kutsutaan *Moserin värttinäksi*. Kaikkien kuviossa näkyvien nimettyjen janojen pituus on yksi. Määritä kolmion  $OCC'$  ala.

